

Solução dos exercícios do capítulo 8, p. 161

Exercício 1. Nas proximidades do ponto crítico $dp/dT = A$, em que A é uma constante. Utilizando a equação de Clausius-Clapeyron vemos que $s_G - s_L = A(v_G - v_L)$. Mas o lado esquerdo é igual a ℓ/T e como nas proximidades do ponto crítico $v_G - v_L \sim (T_c - T)^\beta$, então $\ell \sim (T_c - T)^\beta$.

Exercício 2.

Determine o expoente crítico relacionado com a) $f(x) = |\ln x|$ e com b) $g = x^{1/2} |\ln x|$, $x > 0$.

a) Quando $x \rightarrow 0$, e utilizando a regra de l'Hopital

$$\frac{\ln f(x)}{|\ln x|} = \frac{\ln |\ln x|}{|\ln x|} \rightarrow \frac{1}{|\ln x|} \rightarrow 0$$

b) Quando $x \rightarrow 0$, e utilizando a regra de l'Hopital

$$\frac{\ln g(x)}{|\ln x|} = \frac{1}{2} + \frac{\ln |\ln x|}{|\ln x|} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{|\ln x|} \rightarrow \frac{1}{2}$$

Exercício 4. Começamos com a identidade (demonstrada na página 78)

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{\alpha}{\kappa_T}$$

ou

$$\alpha = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \kappa_T$$

Levando em conta que, nas proximidades do ponto crítico, $(\frac{\partial p}{\partial T})_v$ é limitado e não nulo e igual a uma constante A , concluímos que

$$\alpha = A\kappa_T$$

e portanto α diverge como κ_T já que A é constante.

Exercício 5. Utilizamos a identidade

$$c_p = c_v + Tv \frac{\alpha^2}{\kappa_T}$$

demonstrada na página 78 e a identidade

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{\alpha}{\kappa_T}$$

demonstrada na página 78. Dessa última, obtém-se

$$\alpha = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \kappa_T$$

que substituída na primeira dá

$$c_p = c_v + Tv \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v^2 \kappa_T$$